



CIRCOLAZIONE SUPERFICIALE NEL MAR NERO MEDIANTE GALLEGGIANTI DAL 1999 AL 2003

PARTE II : STATISTICHE LAGRANGIANE

R. BARBANTI & P.-M. POULAIN

Approvato da:

Dr Alessandro Crise
Direttore, Dipartimento di Oceanografia

SOMMARIO:

1. Introduzione.....	Pagina 3
2. Metodi.....	Pagina 3
3. Dati e Lagrangian statistics.....	Pagina 5
4. Conclusioni.....	Pagina 14
5. Referenze.....	Pagina 15

1. Introduzione

Utilizzando i dati di drifter del programma internazionale drifter in Mar Nero sono state calcolate le “single-particle statistics” per l’intero bacino, anche raggruppando i dati in due gruppi: estate/autunno e inverno/primavera.

Fanno parte delle statistiche lagrangiane calcolate: la “velocity covariance” (indicativa dei livelli energetici), la diffusività, l’“integral time scale” (tempo di correlazione tra i punti della traiettoria), l’“integral space scale” (distanza di correlazione tra i punti della traiettoria) e il momento angolare (indicativo del tipo di circolazione, ciclonica o anticiclonica).

2. Metodi

Le statistiche lagrangiane sono state calcolate con un programma MATLAB basato sulle definizioni delle statistiche lagrangiane definite da Poulain (2001).

La matrice di covarianza delle velocità è data da:

$$P_{i,j}(\mathbf{t}) = \langle u'_i(0) \cdot u'_i(\mathbf{t}) \rangle_L \quad i=1,2, \quad (1)$$

dove \mathbf{t} , detto “time lag”, indica l’intervallo temporale tra le posizioni sul quale vengono calcolate le varie statistiche, e u'_i sono le velocità residue, cioè quelle ottenute dopo aver sottratto alle velocità dei drifter u_i , la velocità media lagrangiana, ($\langle u_i \rangle_L(\mathbf{t})$):

$$u'_i = u_i - \langle u_i \rangle_L. \quad (2)$$

Sviluppando la (1) otteniamo:

$$\begin{aligned} P_{i,j}(\mathbf{t}) &= \langle u_i(0) \cdot u_j(\mathbf{t}) - u_i(0) \cdot \langle u_j(\mathbf{t}) \rangle_L - u_j(\mathbf{t}) \cdot \langle u_i(0) \rangle_L + \langle u_i(0) \rangle_L \cdot \langle u_j(\mathbf{t}) \rangle_L \rangle_L = \\ &= \langle u_i(0) \cdot u_j(\mathbf{t}) \rangle_L - \langle u_i(0) \cdot \langle u_j(\mathbf{t}) \rangle_L \rangle_L - \langle u_j(\mathbf{t}) \cdot \langle u_i(0) \rangle_L \rangle_L + \langle \langle u_i(0) \rangle_L \cdot \langle u_j(\mathbf{t}) \rangle_L \rangle_L = \\ &= \langle u_i(0) \cdot u_j(\mathbf{t}) \rangle_L - \langle u_i(0) \rangle_L \cdot \langle u_j(\mathbf{t}) \rangle_L - \langle u_j(\mathbf{t}) \rangle_L \cdot \langle u_i(0) \rangle_L + \langle u_i(0) \rangle_L \cdot \langle u_j(\mathbf{t}) \rangle_L = \end{aligned}$$

$$= \langle u_i(0) \cdot u_j(\mathbf{t}) \rangle_L - \langle u_i(0) \rangle_L \cdot \langle u_j(\mathbf{t}) \rangle_L. \quad (3)$$

Possiamo scrivere la (3) nelle 4 componenti della matrice di covarianza:

$$\begin{aligned} P_{11} &= \langle u_1(0) \cdot u_1(\mathbf{t}) \rangle_L - \langle u_1(0) \rangle_L \cdot \langle u_1(\mathbf{t}) \rangle_L, \\ P_{22} &= \langle u_2(0) \cdot u_2(\mathbf{t}) \rangle_L - \langle u_2(0) \rangle_L \cdot \langle u_2(\mathbf{t}) \rangle_L, \\ P_{12} &= \langle u_1(0) \cdot u_2(\mathbf{t}) \rangle_L - \langle u_1(0) \rangle_L \cdot \langle u_2(\mathbf{t}) \rangle_L, \\ P_{21} &= \langle u_2(0) \cdot u_1(\mathbf{t}) \rangle_L - \langle u_2(0) \rangle_L \cdot \langle u_1(\mathbf{t}) \rangle_L. \end{aligned}$$

La matrice di diffusività è definita come:

$$K_{i,j}(\mathbf{t}) = \langle u'_i(0) \cdot (x_j(0) - x_j(-\mathbf{t})) \rangle_L, \quad (4)$$

e le componenti:

$$\begin{aligned} K_{1,1}(\mathbf{t}) &= \langle u'_1(0) \cdot (x_1(0) - x_1(-\mathbf{t})) \rangle_L \\ K_{2,2}(\mathbf{t}) &= \langle u'_2(0) \cdot (x_2(0) - x_2(-\mathbf{t})) \rangle_L \\ K_{1,2}(\mathbf{t}) &= \langle u'_1(0) \cdot (x_2(0) - x_2(-\mathbf{t})) \rangle_L \\ K_{2,1}(\mathbf{t}) &= \langle u'_2(0) \cdot (x_1(0) - x_1(-\mathbf{t})) \rangle_L. \end{aligned}$$

La diffusività è legata alla covarianza lagrangiana mediante la seguente relazione:

$$K_{i,j}(\mathbf{t}) = \int_{-\mathbf{t}}^0 P_{i,j}(t) \cdot dt. \quad (5)$$

Il “lagrangian integral time scale” è definito come:

$$T_{1,i}(\mathbf{t}) = K_{i,j}(\mathbf{t}) / P_{i,j}(0) \quad (6)$$

e il “lagrangian integral space scale” è definito come:

$$L_{1,i}(\mathbf{t}) = K_{i,j}(\mathbf{t}) / \sqrt{P_{i,j}(0)}. \quad (7)$$

3. Dati e Lagrangian statistics

Per calcolare le statistiche lagrangiane abbiamo utilizzato i dati dei drifter impiegati nel periodo tra il 1999 e il 2003 nel Mar Nero, le cui traiettorie filtrate sono rappresentate in figura 1 (Barbanti e Poulain, 2004).

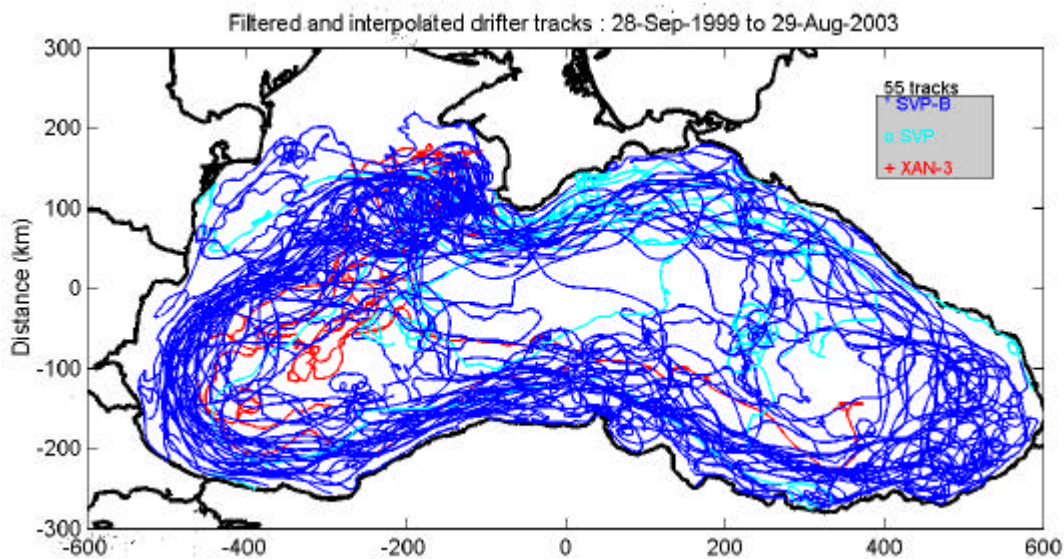


Figura 1. Grafico di tutte le traiettorie dei drifter considerate nel presente studio dal 1999 al 2003.

Le “single particle Lagrangian statistics” quali, la velocity covariance, P_{ij} , la “eddy diffusivity” K_{ij} , e la “integral time scale”, T_i e la “integral space scale” L_i sono state stimate nel caso di particelle in arrivo nell’area considerata (intervalli temporali positivi) sia nel caso in cui la particella lasci l’area. E’ noto che per “timelag” grandi e nel caso di moto completamente turbolento, la “velocity covariance” tende a zero mentre la diffusività (gli elementi diagonali della matrice) e le “integral scale” tendono asintoticamente ad un valore costante, sia per time lag positivi che negativi (Taylor, 1921; Davis, 1991). Per tempi inferiori all’ “integral time scale” le misure sono ancora dipendenti tra loro. Per ridurre l’effetto dello “shear” orizzontale sul fenomeno di dispersione delle particelle d’acqua, abbiamo rimosso il campo di velocità pseudo-euleriano, rappresentato in figura 2 (vedere Barbanti e Poulain, 2004), prima di calcolare le suddette grandezze.

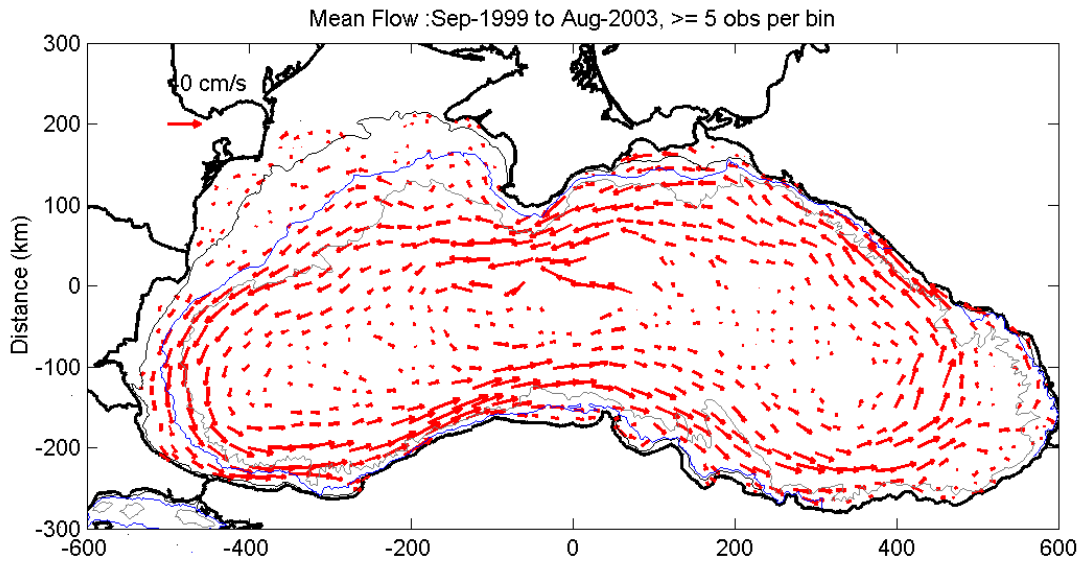


Figura 2. Mappa del campo di velocità media considerando cerchi di 25 km di raggio e contenenti più di 5 osservazioni al giorno.

Le statistiche lagrangiane ci permettono di caratterizzare le proprietà del trasporto superficiale e in particolare di quantificare il grado di mescolamento e di dispersione di un dato tracciante passivo nel Mar Nero.

Le statistiche sono state calcolate prima assumendo che le velocità residue (senza campo di velocità media) hanno statistiche uniformi nell'intero bacino (figura 3). Come ci si aspetta, i risultati per i "time lag" positivi e negativi sono molto simili, perché calcolati a partire da tutte le coppie di osservazioni interne al Mar Nero. La "eddy kinetic energy" (cioè la "velocity covariance" a "time lag" uguale a zero) è più grande nella direzione zonale ($173 \text{ cm}^2/\text{s}^2$) rispetto alla meridionale ($127 \text{ cm}^2/\text{s}^2$) a causa della morfologia/geometria del bacino. Con l'aumento dell'intervallo temporale tra le osservazioni, la covarianza meridionale attraversa la linea di zero quando il time lag è circa 3 giorni mentre quella zonale non sembra assumere valori negativi per intervalli inferiori a dieci giorni. Gli elementi diagonali della matrice di covarianza assumono valori compresi tra un massimo di $17 \text{ cm}^2/\text{s}^2$ e un minimo di $-10.2 \text{ cm}^2/\text{s}^2$. Abbiamo individuato il massimo in valore assoluto della diffusività e delle "integral scale" fra intervalli arbitrari di -10 e +10 giorni. I valori di diffusività calcolati nelle direzioni zonale (meridionale) sono: $4.5 (1.4) 10^7 \text{ cm}^2/\text{s}$, quelli di "Lagrangian integral time scale" e "space scale" sono di 3 (1.2) giorni e 34 (12.2) km.

Calcolando le stesse statistiche separatamente per le due stagioni (figura 4) si notano differenze sia per la direzione zonale sia per la meridionale: i valori per l'inverno e la primavera sono più

grandi rispetto a quelli del periodo estivo ed autunnale. Sebbene la “velocity variance” sia simile in tutte le stagioni, l’aumento della diffusività zonale è dovuta a maggiori “integral scales” in inverno/primavera. Il momento angolare cambia segno da negativo a positivo al time lag di circa 4 giorni indicando che piccoli movimenti dei drifter sono prevalentemente anticiclonici mentre più lunghi spostamenti sono per lo più di tipo ciclonico.

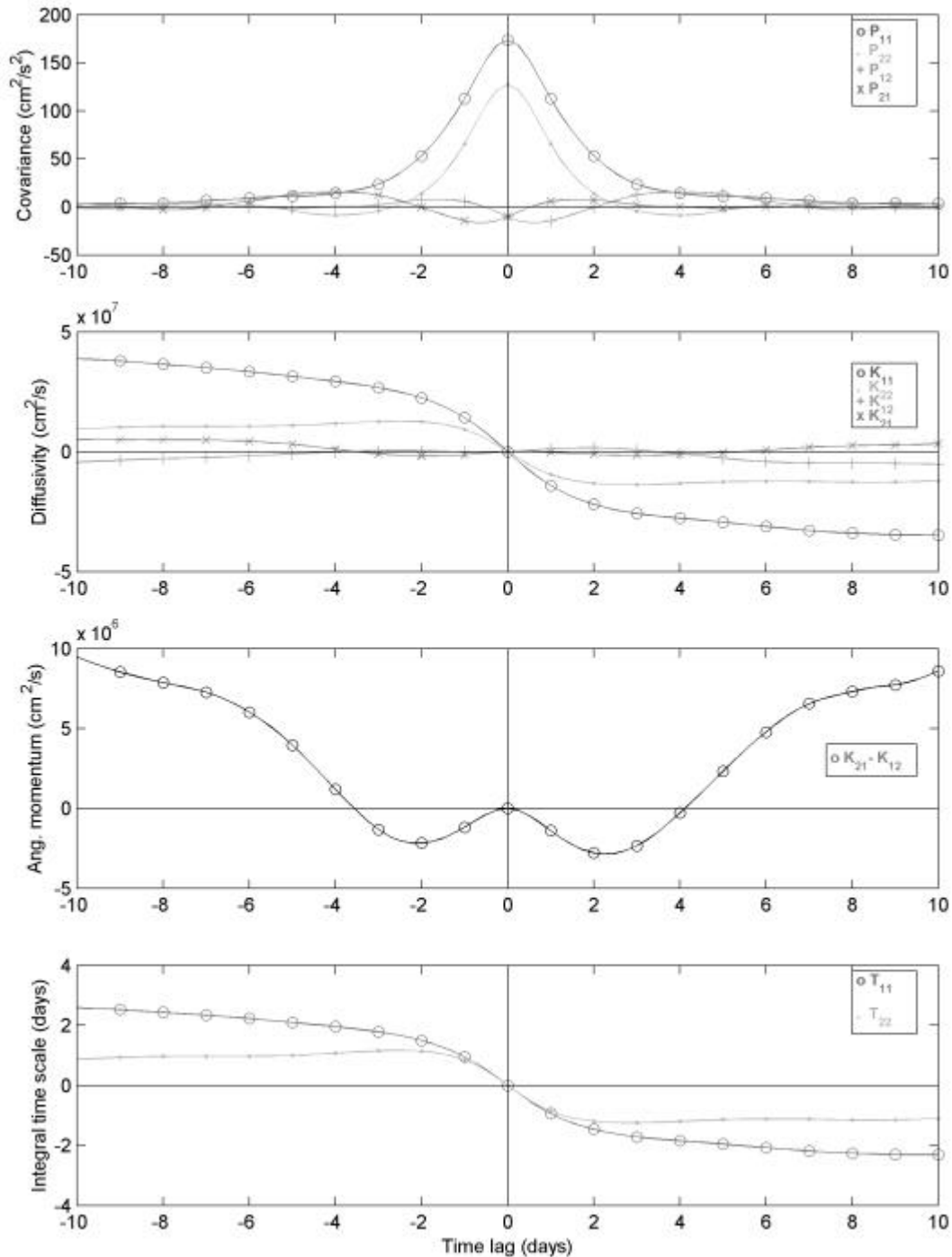


Figura 3. Statistiche lagrangiane calcolate per l'intero bacino del Mar Nero: a) covarianza delle velocità, b) diffusività, c) momento angolare, d) scala di tempo integrale.

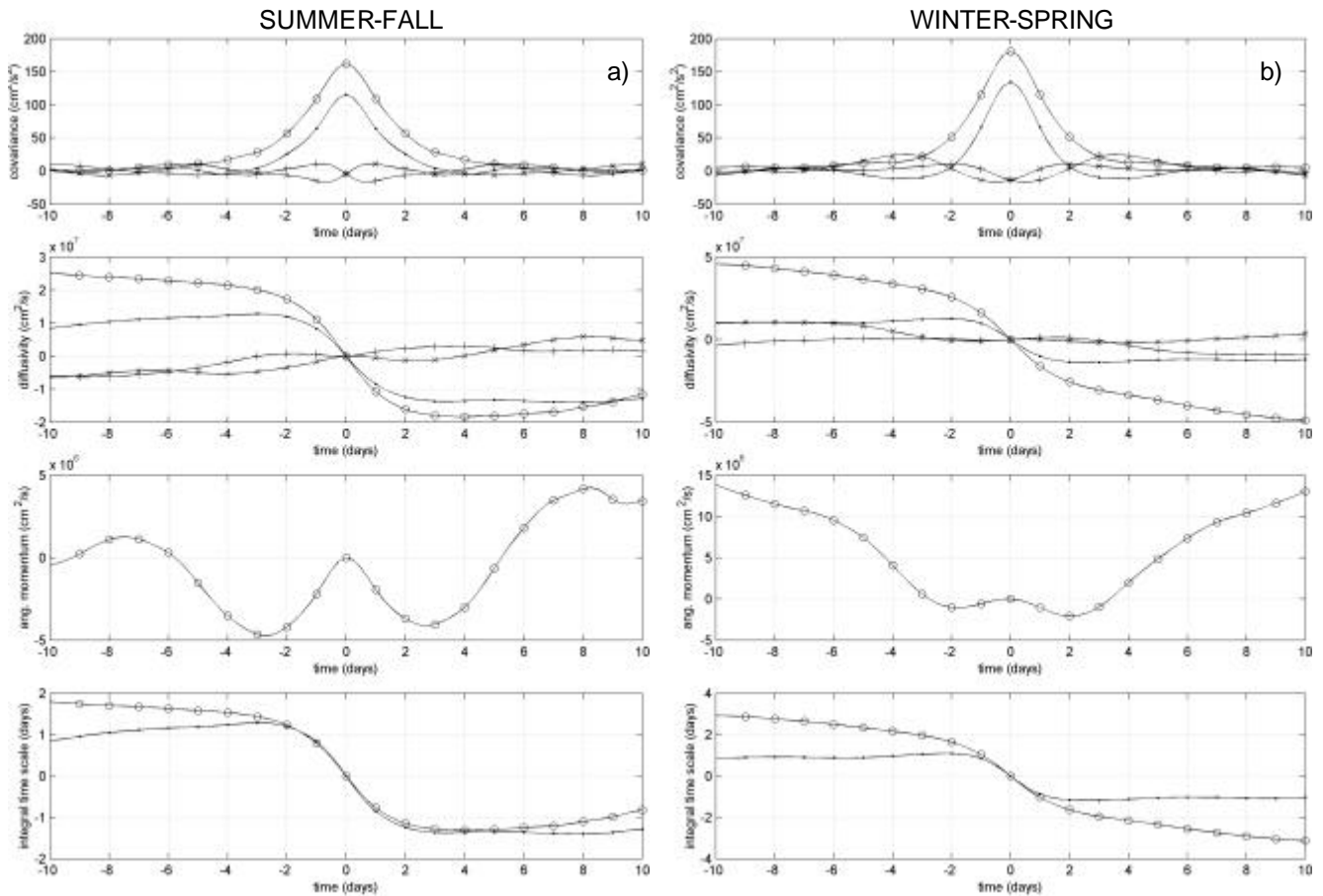


Figura 4. Come figura 3: a) estate/autunno b) inverno/primavera

Successivamente abbiamo calcolato le stesse statistiche in alcune aree di particolare interesse (figura 5) e sono rappresentate in ordine dalla figura 6 alla 10 e i risultati dei calcoli effettuati sono riassunti in tabella 1.

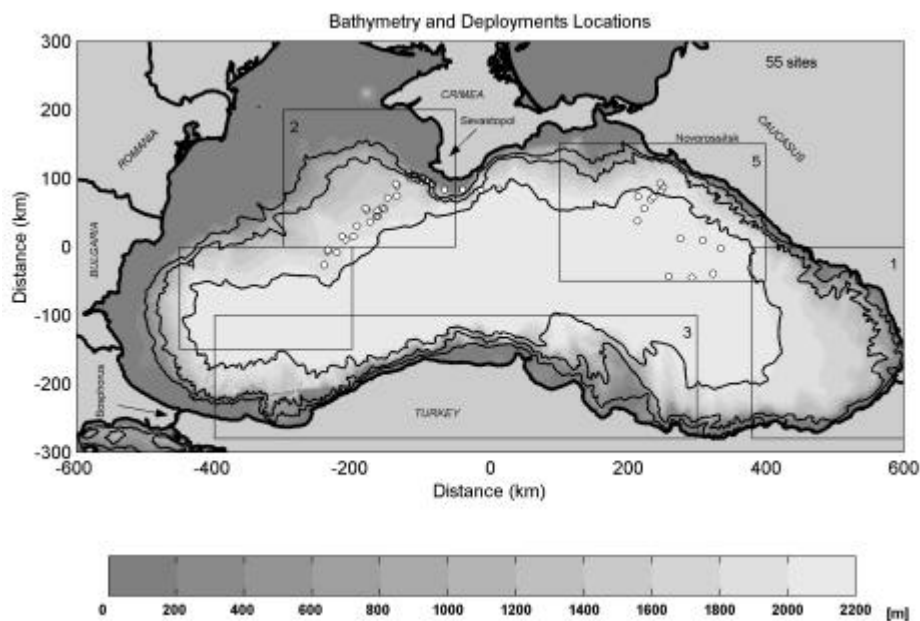


Figura 5. Zone considerate per il calcolo delle statistiche Lagrangiane, (numerate: 1,2,3,4,5)

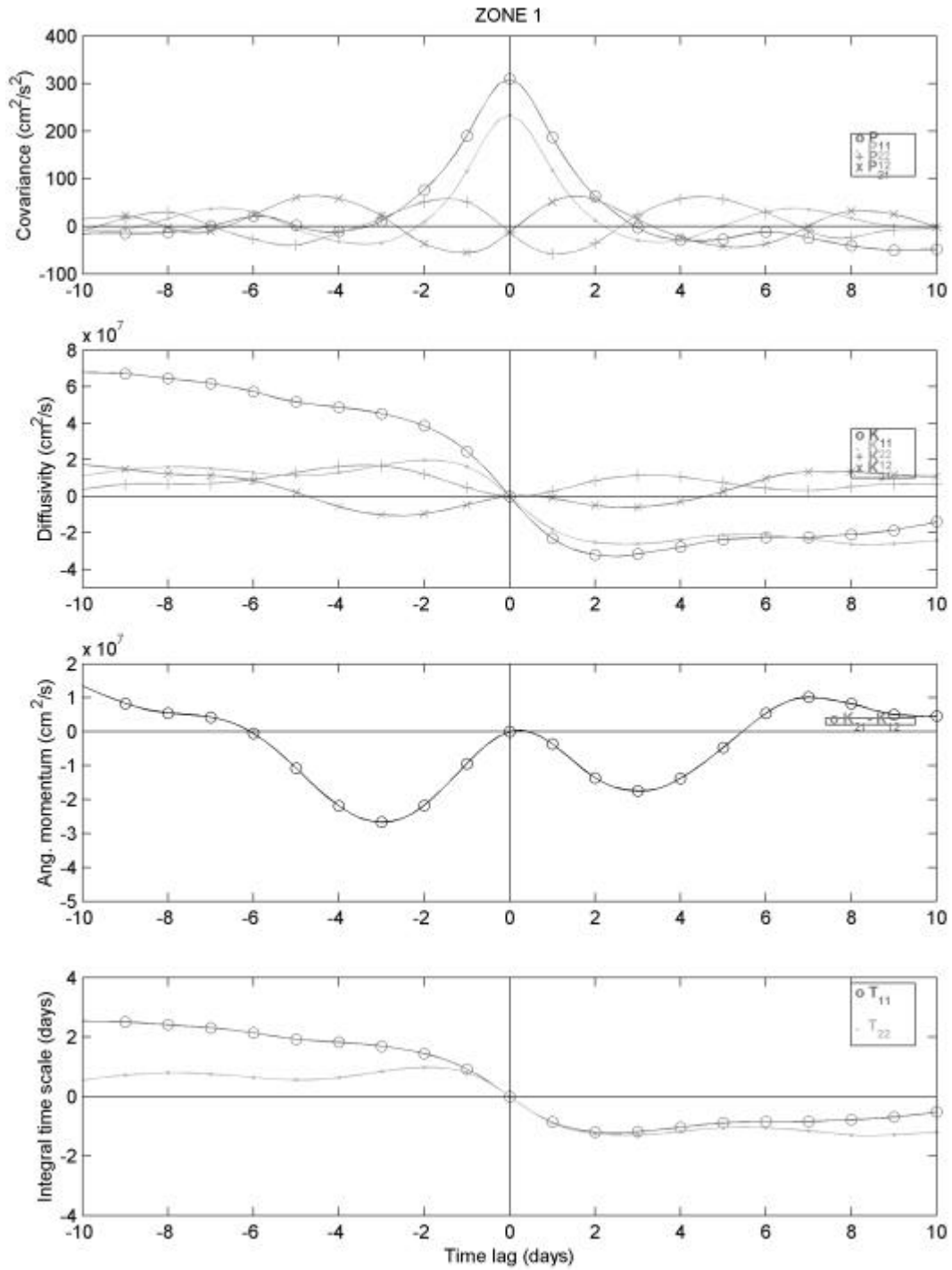


Figura 6. Come figura 3, calcolate nella zonale (vortice Batumi).

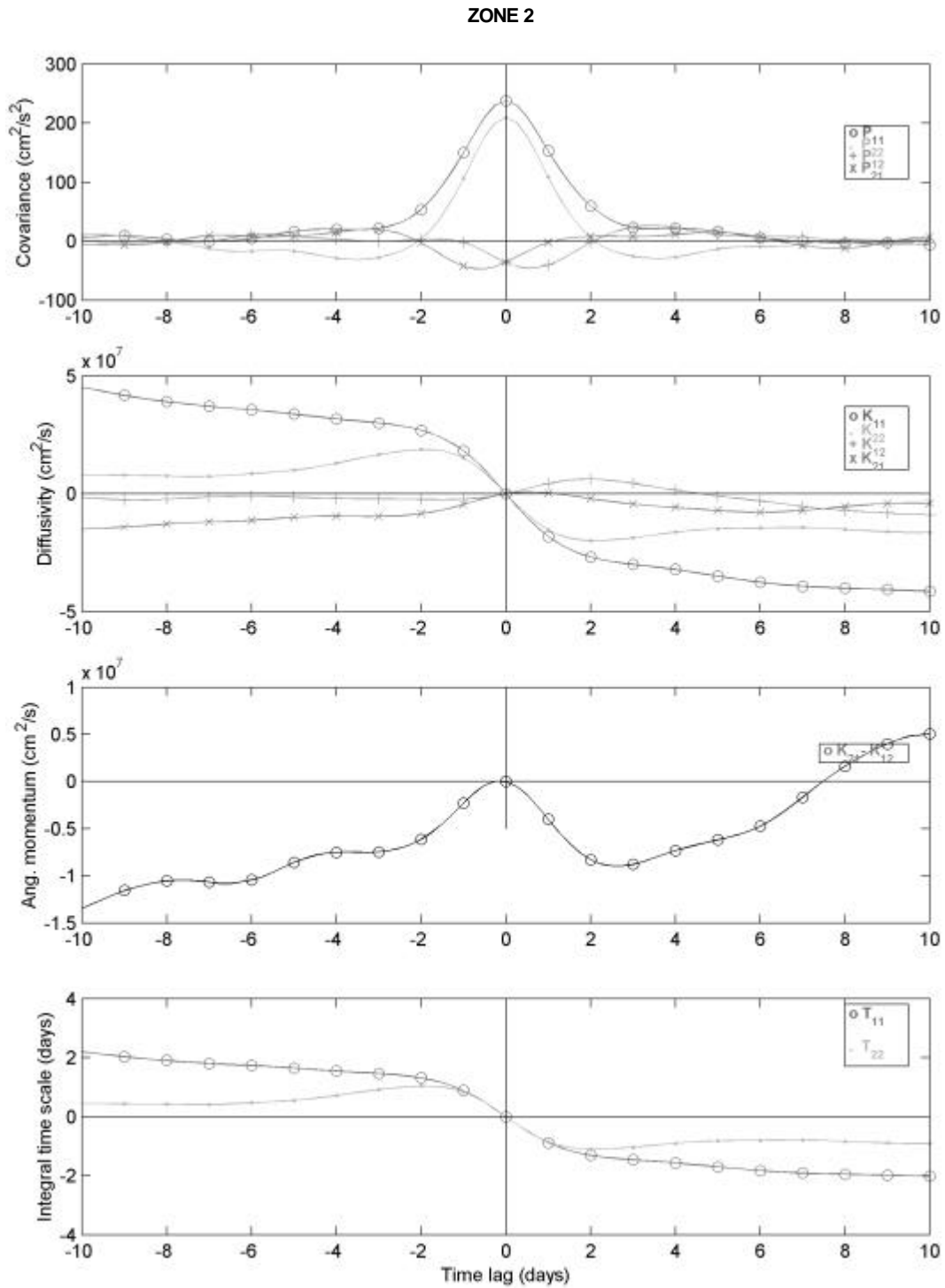


Figura 7. Come figura 3, calcolate nella zona2 (vortice Sevastopol).

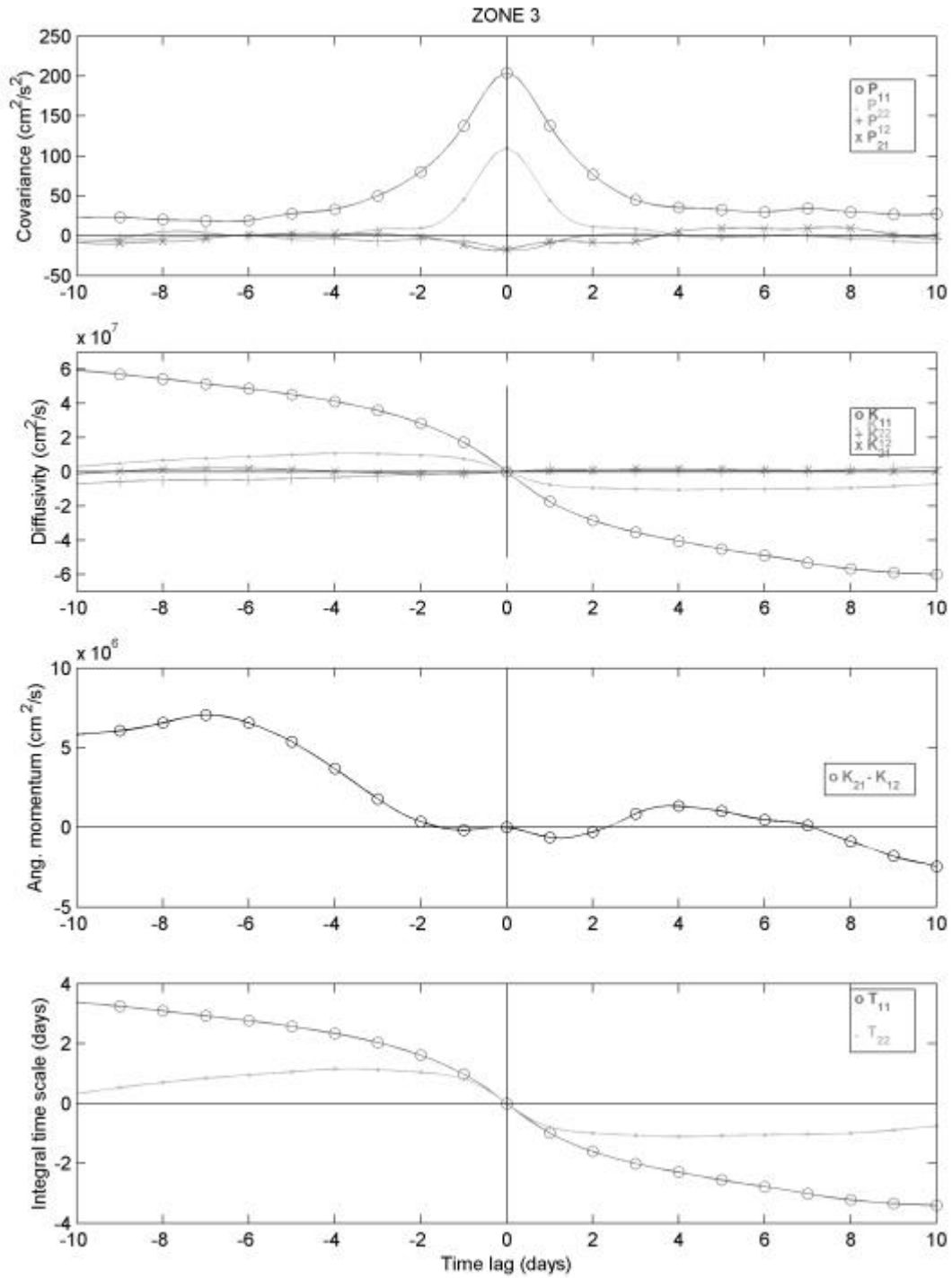


Figura 8. Come figura 3, calcolate nella zona3.

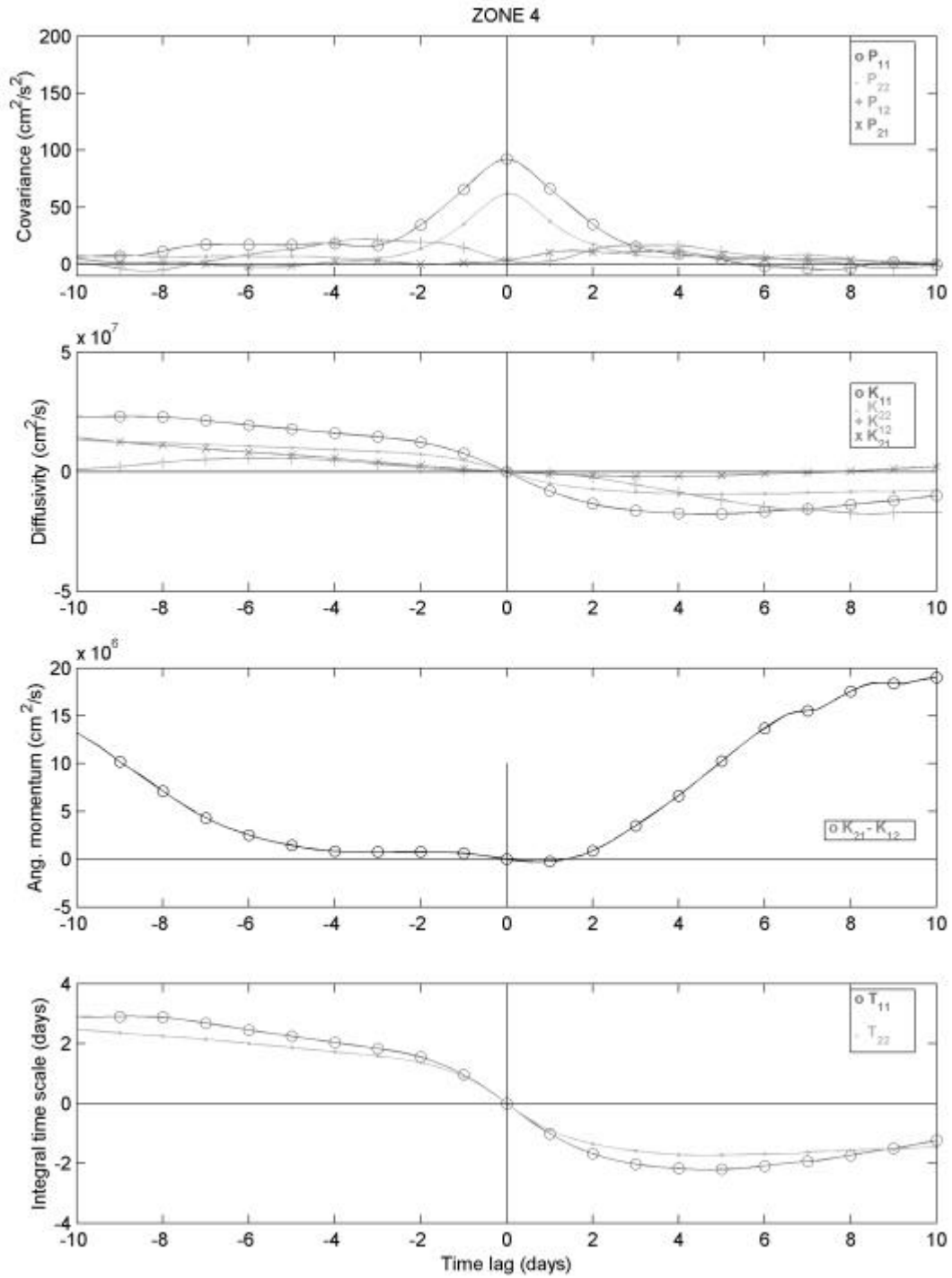


Figura 9. Come figura 3, calcolate nella zona4.

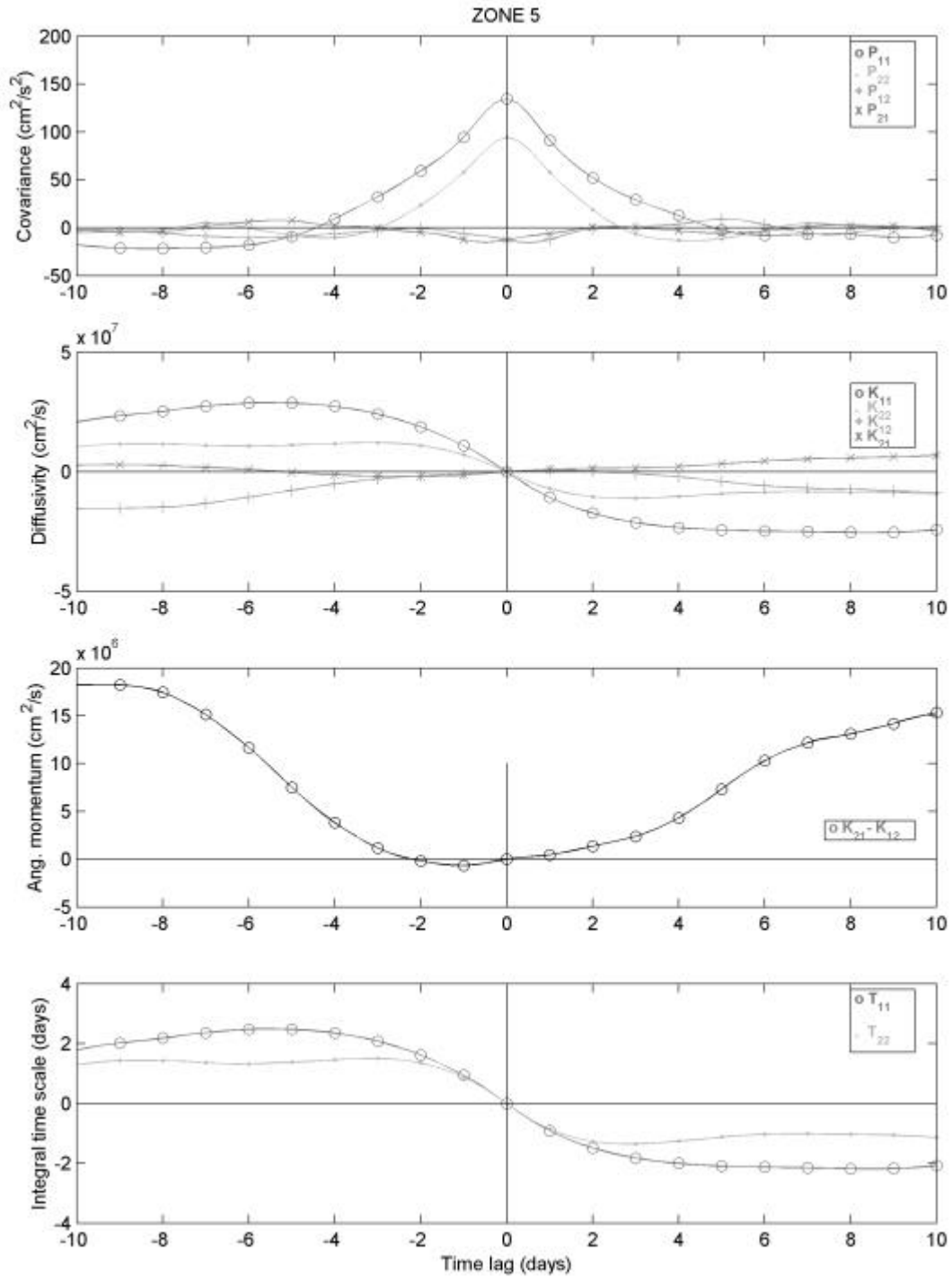


Figura 10. Come figura 3, calcolate nella zona5.

	VARIANCE ($\text{cm}^2 \text{s}^{-2}$)		DIFFUSIVITY ($10^7 \text{cm}^2 \text{s}^{-1}$)		T (days)		L (km)	
	Zonal	Merid.	Zonal	Merid.	Zonal	Merid.	Zonal	Merid.
ALL	173.8	127.2	4.5	1.4	3	1.2	34	12.2
1	309.6	233.4	10.4	2	3.9	1	59	13
2	237.8	209.2	5	1.9	2.4	1	32.4	12.9
3	204	109.5	6.4	1.1	3.6	1.2	44.6	10.4
4	92.4	62	3.1	1.4	3.9	2.6	32	17.9
5	134.6	94.4	2.9	1.2	2.5	1.5	25	12.6
SUMMER+FALL	162.6	115.6	2.7	1.2	1.9	1.3	21.2	11.9
WINTER+SPRING	180.9	134.5	5.9	1.3	3.8	1.1	43.7	11

Tabella 1. Sintesi delle statistiche lagrangiane calcolate

4. Conclusioni

La “velocity variance”, diffusività e “Lagrangian integral time scale” hanno valori più elevati nella direzione zonale. Dopo aver sottratto il campo medio di velocità, nell’intero bacino, la “velocity variance” è 174 e 127 cm^2/s^2 rispettivamente nelle direzioni zonale e meridionale. I valori di diffusività calcolati nella direzione zonale (meridionale) sono: 4.5 (1.4) $10^7 \text{cm}^2/\text{s}$, quelli di “Lagrangian integral time scale” e “space scale” sono di 3 (1.2) giorni e 34 (12) km.

La diffusività ha una variabilità sia stagionale sia geografica, in particolare si hanno variazioni stagionali comprese tra 2.7 $10^7 \text{cm}^2/\text{s}$ (estate+autunno) e 5.9 $10^7 \text{cm}^2/\text{s}$ (inverno+primavera) nella direzione longitudinale, e tra 1.2 $10^7 \text{cm}^2/\text{s}$ (estate+autunno) e 1.3 $10^7 \text{cm}^2/\text{s}$ (inverno+primavera) nella direzione meridionale. Osserviamo variazioni geografiche per le zone considerate, tra 2.9 $10^7 \text{cm}^2/\text{s}$ (zona 5) e 10.4 $10^7 \text{cm}^2/\text{s}$ (zona 1) nella direzione zonale, e tra 1.1 $10^7 \text{cm}^2/\text{s}$ (zona 3) e 2 $10^7 \text{cm}^2/\text{s}$ (zona 1) nella direzione meridionale. I valori della “integral time scale” variano stagionalmente tra 1.9 giorni (estate+autunno) e 3.8 giorni (inverno+primavera) nella direzione zonale, e risulta praticamente invariata nella direzione meridionale. La “integral space scale” varia da 21 km (estate+autunno) a 44 km (inverno+primavera) nella direzione zonale, ed è essenzialmente invariata nella direzione meridionale. La zona con “velocity variance” più elevata è la 1 (vortice Bitumi) con valori di circa 310 cm^2/s^2 (233 $\text{cm}^2 \text{s}^{-2}$) rispettivamente nella direzione longitudinale (meridionale), mentre quella a più bassa energia è la zona 4 con valori di circa 92 $\text{cm}^2 \text{s}^{-2}$ (62 $\text{cm}^2 \text{s}^{-2}$) nella direzione longitudinale (meridionale). Osserviamo valori positivi del momento angolare, che stanno ad indicare una prevalenza della circolazione ciclonica rispetto a quella anticiclonica, nelle zone 4 e 5. La

diffusività è sempre maggiore nella direzione zonale rispetto alla meridionale, e nella zona 1 assume un valore massimo di circa $10^8 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$ per un tempo di -30 giorni (per particelle in arrivo nell'area).

Referenze

- Barbanti, R. and P.-M. Poulain, "Circolazione superficiale nel Mar Nero mediante galleggianti dal 1999 al 2003. Parte I: Studio descrittivo e statistiche euleriane", Rel. 22/2004/OGA/04, OGS, Trieste, Italy, 51 pp.
- Davis, R. E., "Observing the general circulation with floats", *Deep-Sea Research* 38. Suppl. 1, 531-571, 1991.
- Poulain, P. M. "Adriatic Sea surface circulation as derived from drifter data between 1990 and 1999", *Journal of Marine Systems* 29, 3-32, 2001.
- Taylor G.I., "Diffusion by continuous movements", *Proceedings of London Mathematical Society*, 20, 196-212, 1921.